Extremwertaufgaben bei Rechtecksflächen

Beispielaufgabe:

Gegeben ist das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$. Verlängert man die kurze Seite um x cm und verkürzt man gleichzeitig die lange Seite um x cm, so erhält man neue Rechtecke $AB_nC_nD_n$.

$\overline{AB_n} = (8-x)\,\text{cm}$

$\overline{B_nC_n} = (4+x)\,\text{cm}$

Flächeninhalt A(x):

$$A(x) = \left[(8-x)(4+x)\right]\,\text{cm}^2 =$$
$$= \left[32 + 8x - 4x - x^2\right]\,\text{cm}^2 =$$
$$= \left[-x^2 + 4x + 32\right]\,\text{cm}^2$$

maximaler Flächeninhalt

$$A(x) = \left[-\left(x^2 - 4x \boxed{+2^2 - 2^2} - 32\right)\right]\,\text{cm}^2 =$$
$$= \left[-(x-2)^2 + 36\right]\,\text{cm}^2$$
$$A_{max} = 36\,\text{cm}^2 \text{ für } x = 2$$

Aufgaben
1. Aus einem Rechteck mit 10 m Länge und 4 m Breite entstehen neue Rechtecke, indem man die längere Seite um 2x m verkürzt und gleichzeitig die kürzere um x m verlängert. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?
2. Ein rechteckiges Gehege soll mit einem Zaun von 24 m Länge eingezäunt werden. Bestimme Länge und Breite, für die der Flächeninhalt des Geheges maximal wird.
3. Gegeben ist ein Quadrat mit 6 m Seitenlänge. Es entstehen neue Rechtecke, wenn man die waagrechten Seiten um 0,5x m verkürzt und gleichzeitig die senkrechten um 1,5x m verlängert. Bestimme den maximalen Flächeninhalt.
4. Der Umfang eines Rechtecks beträgt 40 m. Bei welcher Länge und Breite entsteht der größte Flächeninhalt?
5. Es ist ein 20 m langes und 8 m breites Rechteck gegeben. Die längere Seite wird um 2x m verkürzt und die kürzere Seite um 4x m verlängert. Bestimme den maximalen Flächeninhalt und das zugehörige x.

Lösungen

Die Buchstaben der falschen Lösungen ergeben das Lösungswort:

	Ansatz	A(x)	Extremwert
su	$A(x) = (6 + 1{,}5x)(6 - 0{,}5x)\,m^2$	$A(x) = (-0{,}75x^2 + 6x + 36)\,m^2$	$A_{max} = 48\,m^2$ bei $x = 4$
gra	$A(x) = x\,(24 - 2x)\,m^2$	$A(x) = (-2x^2 + 48x)\,m^2$	$A_{max} = 112\,m^2$ für $l = b = 8\,m$
to	$A(x) = (10 - 2x)(4 + x)\,m^2$	$A(x) = (-2x^2 + 2x + 40)\,m^2$	$A_{max} = 40{,}5\,m^2$ bei $x = 0{,}5$
nd	$A(x) = 2x\,(40 - x)\,m^2$	$A(x) = (-4x^2 + 80x)\,m^2$	$A_{max} = 80\,m^2$ für $l = b = 12\,m$
gut	$A(x) = x\,(12 - x)\,m^2$	$A(x) = (-x^2 + 12x)\,m^2$	$A_{max} = 36\,m^2$ für $l = b = 6\,m$
ios	$A(x) = (6 - 1{,}5x)(6 + 0{,}5x)\,m^2$	$A(x) = (-0{,}45x^2 + 18x + 36)\,m^2$	$A_{max} = 42\,m^2$ bei $x = 3$
per	$A(x) = x\,(20 - x)\,m^2$	$A(x) = (-x^2 + 20x)\,m^2$	$A_{max} = 100\,m^2$ für $l = b = 10\,m$
ll	$A(x) = (20 - 2x)(8 + 4x)\,m^2$	$A(x) = (-8x^2 + 64x + 160)\,m^2$	$A_{max} = 288\,m^2$ bei $x = 4$

Lösungswort: ______________________________