

# Extremwertaufgaben bei Rechtecksflächen

## Beispielaufgabe:

Gegeben ist das Rechteck ABCD mit  $\overline{AB} = 8\text{cm}$  und  $\overline{BC} = 4\text{cm}$ . Verlängert man die kurze Seite um  $x\text{cm}$  und verkürzt man gleichzeitig die lange Seite um  $x\text{cm}$ , so erhält man neue Rechtecke  $AB_nC_nD_n$ .

$$\overline{AB_n} = (8 - x)\text{cm}$$

$$\overline{B_nC_n} = (4 + x)\text{cm}$$

## Flächeninhalt $A(x)$ :

$$\begin{aligned} A(x) &= [(8 - x)(4 + x)]\text{cm}^2 = \\ &= [32 + 8x - 4x - x^2]\text{cm}^2 = \\ &= [-x^2 + 4x + 32]\text{cm}^2 \end{aligned}$$

## maximaler Flächeninhalt

$$\begin{aligned} A(x) &= \left[ -\left(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2\right) - 32 \right]\text{cm}^2 = \\ &= \left[ -(x - 2)^2 + 36 \right]\text{cm}^2 \\ A_{\max} &= 36\text{cm}^2 \text{ für } x = 2 \end{aligned}$$

## Aufgaben

1. Aus einem Rechteck mit 10 m Länge und 4 m Breite entstehen neue Rechtecke, indem man die längere Seite um  $2x\text{m}$  verkürzt und gleichzeitig die kürzere um  $x\text{m}$  verlängert. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?
2. Ein rechteckiges Gehege soll mit einem Zaun von 24 m Länge eingezäunt werden. Bestimme Länge und Breite, für die der Flächeninhalt des Geheges maximal wird.
3. Gegeben ist ein Quadrat mit 6 m Seitenlänge. Es entstehen neue Rechtecke, wenn man die waagrechten Seiten um  $0,5x\text{m}$  verkürzt und gleichzeitig die senkrechten um  $1,5x\text{m}$  verlängert. Bestimme den maximalen Flächeninhalt.
4. Der Umfang eines Rechtecks beträgt 40 m. Bei welcher Länge und Breite entsteht der größte Flächeninhalt?
5. Es ist ein 20 m langes und 8 m breites Rechteck gegeben. Die längere Seite wird um  $2x\text{m}$  verkürzt und die kürzere Seite um  $4x\text{m}$  verlängert. Bestimme den maximalen Flächeninhalt und das zugehörige  $x$ .

## Lösungen

Die Buchstaben der falschen Lösungen ergeben das Lösungswort:

	Ansatz	$A(x)$	Extremwert
su	$A(x) = (6 + 1,5x)(6 - 0,5x)\text{m}^2$	$A(x) = (-0,75x^2 + 6x + 36)\text{m}^2$	$A_{\max} = 48\text{m}^2$ bei $x = 4$
gra	$A(x) = x(24 - 2x)\text{m}^2$	$A(x) = (-2x^2 + 48x)\text{m}^2$	$A_{\max} = 112\text{m}^2$ für $l = b = 8\text{m}$
to	$A(x) = (10 - 2x)(4 + x)\text{m}^2$	$A(x) = (-2x^2 + 2x + 40)\text{m}^2$	$A_{\max} = 40,5\text{m}^2$ bei $x = 0,5$
nd	$A(x) = 2x(40 - x)\text{m}^2$	$A(x) = (-4x^2 + 80x)\text{m}^2$	$A_{\max} = 80\text{m}^2$ für $l = b = 12\text{m}$
gut	$A(x) = x(12 - x)\text{m}^2$	$A(x) = (-x^2 + 12x)\text{m}^2$	$A_{\max} = 36\text{m}^2$ für $l = b = 6\text{m}$
ios	$A(x) = (6 - 1,5x)(6 + 0,5x)\text{m}^2$	$A(x) = (-0,45x^2 + 18x + 36)\text{m}^2$	$A_{\max} = 42\text{m}^2$ bei $x = 3$
per	$A(x) = x(20 - x)\text{m}^2$	$A(x) = (-x^2 + 20x)\text{m}^2$	$A_{\max} = 100\text{m}^2$ für $l = b = 10\text{m}$
ll	$A(x) = (20 - 2x)(8 + 4x)\text{m}^2$	$A(x) = (-8x^2 + 64x + 160)\text{m}^2$	$A_{\max} = 288\text{m}^2$ bei $x = 4$

Lösungswort: \_\_\_\_\_