

# Maximal- und Minimalwert von Flächeninhalten in Abhängigkeit von x mithilfe der quadratischen Ergänzung

Quadratische Terme der Form  $A(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  lassen sich durch „Quadratische Ergänzung“ (siehe 8. JGST 8.1 Quadratische Terme) in vollständige Quadrate plus Zahlenrest der Form  $T(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$  umwandeln. Aus diesen Termen kann man dann unmittelbar den Extremwert und die dazugehörige Belegung für x ablesen.

Vorgehensweise	Beispiel: $A(x) = 5x^2 - 20x + 25$
Klammere den Formparameter <b>a</b> aus dem gesamten Term aus, setze eckige Klammern und berücksichtige die Vorzeichen.	$A(x) = 5 \cdot [x^2 - 4x + 5]$
Halbiere den Formparameter <b>b</b> , quadriere das Ergebnis, addiere es hinter dem x und subtrahiere es direkt dahinter wieder.	$A(x) = 5 \cdot [(x^2 - 4x + 2^2) - 4 + 5]$
Fasse die ersten drei Summanden der eckigen Klammer nach der 1. oder 2. Binomischen Formel zu einem Quadrat zusammen. Fasse anschließend die letzten beiden Summanden der eckigen Klammer zusammen.	$A(x) = 5 \cdot [(x - 2)^2 + 1]$
Multipliziere den Faktor <b>a</b> vor der eckigen Klammer nach dem Distributivgesetz mit den beiden Summanden der eckigen Klammer; achte dabei auf die Vorzeichen.	$A(x) = 5(x - 2)^2 + 5$
Entnehme dem Term das Minimum (für $a > 0$ ) bzw. das Maximum (für $a < 0$ ) und die dazu gehörige Belegung von x.	für $x = 2$ $A_{\min} = 5$ FE

Noch gemeinsam ein Übungsbeispiel:

$$\begin{aligned}
 A(x) &= -2x^2 + 12x + 22 \\
 A(x) &= -2 \cdot [x^2 - 6x - 11] \\
 A(x) &= -2 \cdot [(x^2 - 6x + 3^2) - 9 - 11] \\
 A(x) &= -2 \cdot [(x - 3)^2 - 20] \\
 A(x) &= -2(x - 3)^2 + 40 \Rightarrow \text{für } x = 3 \quad A_{\max} = 40 \text{ FE}
 \end{aligned}$$

**Aufgabe:** Ermittle für folgende Terme den Extremwert und die dazugehörige Belegung für x.

$$A(x) = 2x^2 - 8x + 11$$

$$A(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4,5$$

$$A(x) = -0,2x^2 - 0,4x + 2,4$$

$$A(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 6$$

$$A(x) = -2x^2 + 6x + 4,5$$

$$A(x) : y = 0,25x^2 + 1$$

**Ungeordnete Lösungen:** für  $x = 3$   $A_{\min} = 0$  FE ☹ für  $x = 0$   $A_{\min} = 1$  FE ☹ für  $x = -1$   $A_{\max} = 2,6$  FE;  
für  $x = 2$   $A_{\min} = 3$  FE ☺ für  $x = -1$   $A_{\max} = 5$  FE ☺ für  $x = 1,5$   $A_{\max} = 9$  FE