

Extremwertaufgaben der Flächenberechnung

Beispielaufgabe:

Im gleichschenkligen Dreieck ABC ist die Basis [AB] 5 cm lang, die Höhe h_c 2 cm. Es entstehen neue gleichschenklige Dreiecke $A_nB_nC_n$, wenn man die Basis auf beiden Seiten um 0,5 x cm verkürzt und gleichzeitig die Höhe von C aus um x cm verlängert.

Verkürzte Basis:

$$A_nB_n(x) = (5 - 2 \cdot 0,5x) \text{ cm}$$

Verlängerte Höhe:

$$h(x) = (2 + x) \text{ cm}$$

Flächeninhalt $A(x)$:

$$\begin{aligned} A_{A_nB_nC_n}(x) &= \frac{1}{2} \cdot A_nB_n(x) \cdot h(x) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (5 - x) \cdot (2 + x) \text{ cm}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (10 + 3x - x^2) \text{ cm}^2 = \\ &= (-0,5x^2 + 1,5x + 5) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

maximaler Flächeninhalt

$$\begin{aligned} A_{A_nB_nC_n}(x) &= -0,5 \left[x^2 - 3x + 1,5^2 - 1,5^2 \right] - 10 \text{ cm}^2 = \\ &= -0,5 \left[(x - 1,5)^2 - 12,25 \right] \text{ cm}^2 = \\ &= \left[-0,5(x - 1,5)^2 + 6,125 \right] \text{ cm}^2 \\ A_{\max} &= 6,125 \text{ cm}^2 \text{ für } x = 1,5 \end{aligned}$$

Aufgaben

- Im gleichschenkligen Dreieck ABC ist die Basis [AB] 6 cm und die Höhe h_c 12 cm lang. Es entstehen neue gleichschenklige Dreiecke $A_nB_nC_n$, wenn man die Basis auf beiden Seiten um x cm verlängert und gleichzeitig die Höhe von C aus um x cm verkürzt. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?
- Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist die Kathete [AB] 5 cm und die Kathete [AC] 8 cm lang. Es entstehen neue Dreiecke AB_nC_n , wenn man die Kathete [AB] über B hinaus um x cm verlängert und gleichzeitig die Kathete [AC] von C aus um 0,5x cm verkürzt. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?
- Die Raute ABCD hat die Diagonalenlängen $\overline{AC} = 10$ cm und $\overline{BD} = 4$ cm. Man erhält neue Rauten $A_nB_nC_nD_n$, wenn man [AC] auf beiden Seiten um x cm verkürzt und gleichzeitig [BD] auf beiden Seiten um x cm verlängert. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?
- Die Raute ABCD hat die Diagonalenlängen $\overline{AC} = 6$ cm und $\overline{BD} = 10$ cm. Man erhält neue Rauten $AB_nC_nD_n$, wenn man [AC] über C hinaus um 3x cm verlängert und gleichzeitig [BD] auf beiden Seiten um x cm verkürzt. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?
- Im Dreieck ABC ist die Grundseite [AB] 3 cm lang und die Höhe h_c 6 cm. Es entstehen neue Dreiecke AB_nC_n , wenn man die Grundseite [AB] über B hinaus um x cm verlängert und gleichzeitig h_c von C aus um x cm verkürzt. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?

Lösungen

Die Buchstaben der falschen Lösungen ergeben das Lösungswort!

	Ansatz	$A(x)$	Extremwert
ge	$A(x) = 0,5 \cdot (2 + 2x) \cdot (8 - 2x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-2x^2 + 16x + 30) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 16,75 \text{ cm}^2$ für $x = 7,5$
me	$A(x) = 0,5 \cdot (10 - 2x) \cdot (4 + 2x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-2x^2 + 6x + 20) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 24,5 \text{ cm}^2$ für $x = 1,5$
ni	$A(x) = 0,5 \cdot (6 + 6x) \cdot (10 - 4x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-6x^2 + 18x + 15) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 48,5 \text{ cm}^2$ für $x = 3,5$
ga	$A(x) = 0,5 \cdot (6 + 2x) \cdot (12 - x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-x^2 + 9x + 36) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 56,25 \text{ cm}^2$ für $x = 4,5$
co	$A(x) = 0,5 \cdot (3 + x) \cdot (6 - x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-0,5x^2 + 1,5x + 9) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 10,125 \text{ cm}^2$ für $x = 1,5$
ol	$A(x) = 0,5 \cdot (6 + 3x) \cdot (10 - 2x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-3x^2 + 9x + 30) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 36,75 \text{ cm}^2$ für $x = 1,5$
so	$A(x) = 0,5 \cdot (5 + x) \cdot (8 - 0,5x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-0,25x^2 + 2,75x + 20) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 27,5625 \text{ cm}^2$ für $x = 5,5$
al	$A(x) = 0,5 \cdot (8 - x) \cdot (10 + 2x) \text{ cm}^2$	$A(x) = (-3x^2 + 8x + 4) \text{ cm}^2$	$A_{\max} = 16,25 \text{ cm}^2$ für $x = 2$

Lösungswort: _____