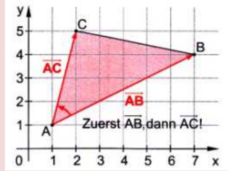
Funktionale Abhängigkeit im Koordinatensystem

Beispielaufgabe:

Das Dreieck ABC ist durch die Koordinaten der Punkte A(1|1), B(7|4) und C(2|5) gegeben.



Die beiden Vektoren $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ spannen das Dreieck auf. Mit der Determinante, in die die beiden Vektoren eingetragen werden, kann der Flächeninhalt berechnet werden.

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \text{FE} = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 4 - 3 \cdot 1) \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot 21 \text{ FE} = \underline{\underline{10{,}5 \text{ FE}}}$$

Wandert einer der Punkte auf einer Geraden, hier: $C \in g: y = 2x + 1$, so gilt für die Koordinaten von C: C(x|2x+1). Damit wird $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 2x+1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 2x \end{pmatrix}$

und der Flächeninhalt

$$A_{\triangle ABC}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 6 & x-1 \\ 3 & 2x \end{vmatrix} \text{FE} = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 2x - 3 \cdot (x-1)) \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot (12x - 3x + 3) \text{ FE} = \underline{\underline{(4{,}5x + 1{,}5) \text{ FE}}}$$

Beachte:
Die beiden Vektoren müssen den gleichen Fußpunkt haben.
In der Determinante steht der Vektor an erster Stelle, den man gegen den Uhrzeigersinn zum zweiten Vektor dreht.

Aufgaben

1. Die Schar von Dreiecken ABC_n ist gegeben durch A(2|1) und B(5|-1). Die Punkte C_n wandern auf der Geraden g: y = 0,5x + 2. Berechne A(x). Ermittle die Koordinaten von C_1, so dass das Dreieck ABC_1 den Flächeninhalt 8,25 FE hat. Für welche x existieren Dreiecke?

2. Die Punkte $A_n \in g: y = 0{,}5x + 3$ legen zusammen mit B(10|3) und C(3|7) eine Schar von Dreiecken A_nBC fest. Bestimme A(x). Ermittle die Koordinaten des Punktes A_1, so dass das Dreieck A_1BC den Flächeninhalt 5 FE besitzt. Für welche x existieren Dreiecke?

3. Die Dreiecksschar AB_nC ist gegeben durch A(1|3); $B_n \in g: y = 2x - 3$ und C(4|7). Ermittle den Flächeninhalt in Abhängigkeit von x. Ermittle die Koordinaten des Punktes B_1, so dass das Dreieck AB_1C den Flächeninhalt 8 FE besitzt. Für welche x existieren Dreiecke?

4. A(-1|2), B(5|-3) und $C \in h: y = x + 4$ bilden eine Schar von Dreiecken ABC_n. Gib den Flächeninhalt in Abhängigkeit von x an. Ermittle die Koordinaten von C_1, so dass das Dreieck ABC_1 den Flächeninhalt 25 FE hat. Für welche x existieren Dreiecke?

5. Die Punkte A(1|1), B(4|1) und $D_n \in g: y = x + 3$ legen Parallelogramme fest. Berechne A(x). Bestimme die Koordinaten des Punktes D_1, für den das Parallelogramm einen Flächeninhalt von 10 FE besitzt. Für welche x-Werte gibt es solche Parallelogramme?

Lösungen

Die Buchstaben der falschen Lösungen ergeben das Lösungswort!

	A(x)	gesuchter Punkt	für welche x
ma	A(x) = (-x + 7) FE	$B_1(-1\|-5)$	$x < 7$
th	A(x) = (1,75x – 0,5) FE	$C_1(5\|4{,}5)$	$x > \frac{2}{7}$
to	A(x) = (3x-4) FE	$A_1(3\|7)$	$x > -1$
es	A(x) = (-3,75x + 20) FE	$A_1(4\|5)$	$x < 5\frac{1}{3}$
pa	A(x) = (3x + 6) FE	$D_1(1\frac{1}{3} \| 4\frac{1}{3})$	$x > -2$
pf	A(x) = (0,5x-3,75) FE	$D_1(2\|3{,}5)$	$x > 2{,}3$
ss	A(x) = (5,5x + 8,5) FE	$C_1(3\|7)$	$x > -\frac{17}{11}$
it	A(x) = (-2x+4,25) FE	$B_1(-1\|3)$	$x > 0$

Lösungswort: ______________________________