Ermittlung der Scheitelpunktkoordinaten mithilfe der quadratischen Ergänzung

Die Allgemeine Form der quadratischen Funktion p: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ lässt sich durch „Quadratische Ergänzung“ (siehe 8. JGST 8.1 Quadratische Terme) in die Scheitelpunktsform der quadratischen Funktion p: $y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ umwandeln.

Vorgehensweise	**Beispiel: p: $= 5x^2 - 20x + 25$**
Klammere den Formparameter a aus dem gesamten Term aus, setze eckige Klammern und berücksichtige die Vorzeichen.	$y = 5 \cdot [\, x^2 - 4x + 5 \,]$
Halbiere den Formparameter b, quadriere das Ergebnis, addiere es hinter dem x und subtrahiere es direkt dahinter wieder.	$y = 5 \cdot [(\, x^2 - 4x + 2^2 \,) - 4 + 5 \,]$
Fasse die ersten drei Summanden der eckigen Klammer nach der 1. oder 2. Binomischen Formel zu einem Quadrat zusammen. Fasse anschließend die letzten beiden Summanden der eckigen Klammer zusammen.	$y = 5 \cdot [(\, x - 2 \,)^2 + 1 \,]$
Multipliziere den Faktor a vor der eckigen Klammer nach dem Distributivgesetz mit den beiden Summanden der eckigen Klammer; achte dabei auf die Vorzeichen.	$y = 5(\, x - 2 \,)^2 + 5$
Entnehme der Scheitelpunktsform die Scheitel-punktskoordinaten	$S\,(\,2 \mid 5\,)$

Noch gemeinsam ein Übungsbeispiel:

$$y = -2x^2 + 12x + 22$$
$$y = -2 \cdot [x^2 - 6x - 11]$$
$$y = -2 \cdot [(x^2 - 6x + 3^2) - 9 - 11]$$
$$y = -2 \cdot [(x - 3)^2 - 20]$$
$$y = -2(x - 3)^2 + 40 \quad \Rightarrow \quad S\,(\,3 \mid 40\,)$$

Aufgabe: Wandeln Sie folgende Funktionsterme in die Scheitelpunktsform um und ermitteln Sie anschließend die Scheitelpunktskoordinaten.

$p_1: y = 2x^2 - 8x + 5$ $\qquad p_2: y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4{,}5$ $\qquad p_3: y = -0{,}2x^2 - 0{,}4x + 2{,}4$

$p_4: y = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 6$ $\qquad p_5: y = -2x^2 + 6x + 4{,}5$ $\qquad p_6: y = 0{,}25x^2 - 1$

Ungeordnete Lösungen: (3 | 0); (0 | –1); (–1 | 2,6); (2 | –3); (–1 | 5); (1,5 | 9)