

# Lösen von Exponentialgleichungen

Bei Exponentialgleichungen steht die Unbekannte, nach der aufgelöst werden soll, im Exponenten. Deshalb stellt sich das Problem, wie die Unbekannte aus dem Exponenten in die Basis herunter kommt.

Dabei werden folgende **Rechenregeln des Logarithmus** benötigt:

Logarithmus eines Produkts:	$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$
Logarithmus eines Quotienten:	$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$
Logarithmus einer Potenz:	$\log_a(u^n) = n \cdot \log_a u$

(siehe Formelsammlung Seite 18)

## 1. Fall: Gleichungen der Form $a^x = b$

**Lösen durch Umformen in den Logarithmus**

$$a^n = c \Leftrightarrow n = \log_a c \quad (\text{siehe Formelsammlung Seite 18})$$

Beispiel:

$$1,8 = 3^x$$

$$\Leftrightarrow x = \log_3 1,8 \approx \underline{\underline{0,54}}$$

## 2. Fall: Gleichungen der Form $a \cdot b^{x+c} = d^{x+e}$

**Trick 1: Lösen durch beidseitiges Logarithmieren mit dem Zehnerlogarithmus!**

Beispiel:  $3^{x-2} = 7 \cdot 5^{2x}$

$\Leftrightarrow \lg(3^{x-2}) = \lg(7 \cdot 5^{2x})$	beidseitig logarithmieren
$\Leftrightarrow \lg(3^{x-2}) = \lg 7 + \lg(5^{2x})$	Logarithmus eines Produkts
$\Leftrightarrow (x-2) \cdot \lg 3 = \lg 7 + 2x \cdot \lg 5$	Logarithmus einer Potenz
$\Leftrightarrow x \cdot \lg 3 - 2 \cdot \lg 3 = \lg 7 + 2x \cdot \lg 5$	Ausmultiplizieren
$\Leftrightarrow x \cdot \lg 3 - 2x \cdot \lg 5 = \lg 7 + 2 \lg 3$	Sortieren (x auf eine Seite)
$\Leftrightarrow x \cdot (\lg 3 - 2 \lg 5) = \lg 7 + 2 \lg 3$	x ausklammern
$\Leftrightarrow x = \frac{\lg 7 + 2 \lg 3}{\lg 3 - 2 \lg 5} \approx -1,95$	durch Klammer teilen

**IL = {-1,95}**

## 3. Fall: Gleichungen der Form $a \cdot b^{x+c} = d^{x+e} + f$ **SUMME!!!**

Da es keine Rechenregel für den Logarithmus einer **Summe** gibt, kann Trick 1 hier **nicht** angewendet werden. Deshalb:

**Trick 2: Lösen durch Aufsplitten der Potenzen mithilfe der Potenzgesetze!**

Beispiel:  $5^{x+2} = 12 + 5^{x-2}$

$$\Leftrightarrow 5^x \cdot 5^2 = 12 + 5^x : 5^2$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot 5^x = 12 + \frac{1}{25} \cdot 5^x$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot 5^x - \frac{1}{25} \cdot 5^x = 12$$

$$\Leftrightarrow 5^x \cdot \left(25 - \frac{1}{25}\right) = 12$$

$$\Leftrightarrow 5^x \cdot 24 \frac{24}{25} = 12$$

$$\Leftrightarrow 5^x = \frac{25}{52}$$

$$\Leftrightarrow x = \log_5 \frac{25}{52} \approx \underline{\underline{-0,46}}$$

**IL = {-0,46}**

Potenzgesetz rückwärts  
ausrechnen  
sortieren (x auf eine Seite)  
Potenz ausklammern  
ausrechnen  
durch Faktor teilen  
umformen in Logarithmus